VẬN DỤNG QUY TRÌNH MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC TRONG DẠY HỌC MÔN XÁC SUẤT VÀ THỐNG KÊ CHO SINH VIÊN NGÀNH SƯ PHAM TOÁN HỌC CỦA TRƯỜNG ĐẠI HỌC THỦ ĐÔ HÀ NỘI

Nguyễn Thị Thúy Hồng
Trường Đại học Thủ đô Hà Nội

Tóm tắt: *Xác suất và thống kê là một trong những ngành khoa học có ứng dụng nhiều nhất hiện nay với vai trò lớn trong tất cả các nghiên cứu định lượng, trong học máy, trong y học, kinh tế học... Trong xã hội hiện đại ngày nay có rất nhiều luồng thông tin và mỗi chúng ta phải biết cách phân tích, xử lý các thông tin nhận được, vì vậy việc có kiến thức về xác suất và thống kê và vận dụng được những kiến thức này vào cuộc sống sẽ giúp công dân nói chung và sinh viên nói riêng có khả năng nhận thức và đưa ra những quyết định đúng đắn hơn trong quá trình học tập cũng như lao động sản xuất. Mô hình hóa toán học sẽ là cầu nối các suy luận trong lớp học và suy luận trong những tình huống thực tế. Nghiên cứu này trình bày một số lí do cần thiết của mô hình hóa trong dạy học môn xác suất và thống kê, chỉ ra các bước của chu trình mô hình hóa và minh họa cho các yếu tố đó. Tiếp đó là một số kết quả thực nghiệm sư phạm thu được khi triển khai dạy học cho sinh viên năm thứ 3 ngành Sư Phạm Toán học của trường Đại học Thủ Đô Hà Nội.*

Từ khóa: *Mô hình hóa toán học, xác suất và thống kê, phân tích và xử lý thông tin, tình huống tực tế, thực nghiệm sư phạm.*

Nhận bài ngày 15.04.2025; gửi phản biện, chỉnh sửa, duyệt đăng ngày 30.05.2025
Liên hệ tác giả: Nguyễn Thị Thúy Hồng; email: ntthong05@gmail.com

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Người ta thường nghĩ toán học ít được sử dụng trong cuộc sống hàng ngày. Câu hỏi mà chúng ta thường gặp là "Học toán để làm gì?" Học tập, đặc biệt là toán học là một nhu cầu cơ bản của con người để khám phá thế giới và giải quyết các vấn đề thực tiễn. Thực tiễn cuộc sống không phân chia các lĩnh vực một cách độc lập và là một khối tổng hòa, trong đó toán học đóng vai trò là công cụ thiết yếu để hiểu biết và giả quyết các vấn đề liên ngành. Xác suất và thống kê hấp dẫn người dạy và học toán không chỉ bởi vẻ đẹp toán học mà vì ý nghĩa thực sự của nó trong cuộc sống. Xác suất và thống kê là nền tảng của khoa học dữ liệu và sẽ là một trong những môn học quan trọng nhất trong tương lai.

Mô hình hóa toán học (MHHTH) là việc sử dụng toán học để ngiên cứu và trình bày những vấn đề toán học trong thực tiễn, từ đó giúp chúng ta hiểu rõ những hiện tượng hiện tại và dự báo tương lại, giúp ta hiểu biết sâu sắc hơn vấn đề và hỗ trợ cho việc ra quyết định. Nghiên cứu về MHHTH hiện nay được nhiều nhà khoa học trong và ngoài nước quan tâm, MHHTH xuất hiện từ những năm 1970 trên thế giới và được đánh dấu bởi công trình của Pollak. Ở Việt Nam MHHTH đã được nhiều tác giả quan tâm nghiên cứu từ năm 2012. Tuy nhiên, việc nghiên cứu về cách thức phát triển năng lực MHHTH cho sinh viên Sư phạm Toán học, đặc biệt cho môn xác suất thống kê vẫn còn hạn chế và cần được quan tâm nhiều hơn.

2. NỘI DUNG

2.1. Mô hình hóa Toán học

Tùy vào quan điểm lý thuyết mà mỗi cá nhân theo đuổi nghiên cứu mà có nhiều định nghĩa về MHHTH.

Theo [1], "MHHTH là quá trình chuyển đổi từ vấn đề thực tế sang vấn đề toán học bằng cách thiết lập và giải quyết các mô hình toán học".

Theo [3], "Trong dạy học toán mô hình hóa cho phép người học kết nối toán học trong nhà trường với thực tiễn, cung cấp một bức tranh rộng hơn, phong phú hơn về toán học, giúp việc học toán trở nên ý nghĩa hơn".

Theo tôi thì MHHTH là chuyển đổi từ những vấn đề phát sinh trong thực tiễn thành vấn đề toán học.

2.2. Quy trình mô hình hóa toán học trong dạy học môn xác suất và thống kê cho sinh viên ngành Sư Phạm Toán của Trường Đại học Thủ Đô Hà Nội

Theo [4] "quy trình MHHTH gồm 5 bước: (1) Bắt đầu từ một vấn đề được đưa ra trong thực tiễn; (2) Tổ chức các vấn đề theo các khái niệm toán học; (3) Không ngừng chia nhỏ các vấn đề thực tiễn; (4) Giải bài toán; (5) Làm cho lời giải bài toán có ý nghĩa theo bối cảnh thực tiễn".

Theo [5], "quy trình MHHTH gồm 4 bước sau: (1) Quan sát, xây dựng giả thuyết. Quan sát hiện tượng trong thế giới thực, xây dựng giả thuyết và thiết lập mô hình toán học; (2) Phân tích. Phân tích các quan hệ trong mô hình, giải toán trên mô hình; (3) Diễn giải. Diễn đạt và giải thích các kết quả toán học, kết luận nếu mô hình phù hợp và dự đoán phương án tiếp theo cần điều chỉnh mô hình; (4) Ứng dụng. Dựa vào kết luận về kết quả toán học liên hệ với thực tiễn".

Theo [2], "quy trình MHHTH gồm 4 bước: (1) Chuyển từ bài toán thực tế sang bài toán toán học (mô hình toán học); (2) Sử dụng công cụ toán học để tìm lời giải bài toán; (3) Sử dụng kết quả ở bước 2 để diễn giải thành lời giải thực tiễn; (4) So sánh, đối chiếu lời giải với bài toán thực tiễn ban đầu xem có hợp lí hay không".

Trên cơ sở nghiên cứu thực tiễn dạy học môn xác suất và thống kê nhiều năm, tôi đề xuất quy trình MHHTH trong dạy học môn học này cho sinh viên ngành Sư Phạm Toán của Trường Đại học Thủ Đô Hà Nội gồm 5 bước sau đây:

- Bước 1: Giải nghĩa: Xác định và định nghĩa các thuật ngữ chuyên ngành toán học cần thiết trong bài toán thực tiễn. Trong các bài toán thực tiễn đưa ra, giảng viên sẽ lồng ghép các kiến thức, thuật ngữ toán học mà sinh viên đã được học. Chính vì vậy, những kiến thức này sẽ không được nhắc lại trong bài học. Người học cần nêu được những kiến thức đó trước khi chuyển sang bước thứ 2.

- Bước 2: Chuyển đổi: Chuyển từ bài toán thực tiễn sang bài toán toán học. Sau khi đã giải nghĩa được những kiến thức toán học, sinh viên sẽ chuyển từ bài toán thực tiễn sang bài toán toán học có dạng quen thuộc.

- Bước 3: Giải bài toán: Sử dụng công cụ toán học để tìm lời giải. Sau khi chuyển từ bài toán thực tiễn sang bài toán toán học, sinh viên tiến hành giải bài toán.

- Bước 4: Diễn giải: Sau khi giải được bài toán, sinh viên diễn giải kết quả thành ngôn ngữ thực tiễn, phù hợp với yêu cầu của đề bài.

- Bước 5: Kiểm tra lại: So sánh, đối chiếu lời giải với bài toán thực tiễn ban đầu xem có hợp lí hay không. Sau khi giải bài toán và diễn giải kết quả, sinh viên cần đối chiếu lại với yêu cầu bài toán và thực tiễn xem đã hợp lí hay chưa.

2.3 Vận dụng quy trình mô hình hóa toán học trong dạy học môn xác suất và thống kê cho sinh viên ngành Sư Phạm Toán học của Trường Đại học Thủ Đô Hà Nội

2.3.1 Bài toán 1.

Một lô phế phẩm gồm 100 chiếc ấm sứ trong đó có 20 chiếc vỡ nắp, 15 chiếc sứt vòi, 10 chiếc mẻ miệng, 7 chiếc vừa vỡ nắp vừa sứt vòi, 5 chiếc vừa vỡ nắp vừa mẻ miệng, 3 chiếc vừa sứt vòi vừa mẻ miệng, 1 chiếc vừa vỡ nắp vừa sứt vòi vừa mẻ miệng. Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm để kiểm tra. Tính các xác suất:

a) Sản phẩm đó có lỗi.

b) Sản phẩm đó chỉ bị sứt vòi.

** Phân tích:* Để giải bài toán này, cần chuyển từ bài toán thực tiễn sang bài toán toán học. SV cần nắm vững sơ đồ Venn và vận dụng được công thức tính xác suất phù hợp.

** Tiến trình giải toán:*

- Bước 1: Giải nghĩa. Trong bước này, giảng viên cần đặt câu hỏi và nhắc lại cho sinh viên về: Cách sử dụng sơ đồ venn một cách hợp lý và vẽ hình hinh họa, định nghĩa cổ điển của xác suất.

-Bước 2: Chuyển đổi. Giảng viên yêu cầu sinh viên gọi các biến cố cần có trong bài toán và biểu diễn các biến cố dưới dạng ký hiệu.

- Bước 3: Giải bài toán. Giảng viên đặt câu hỏi cho sinh viên:

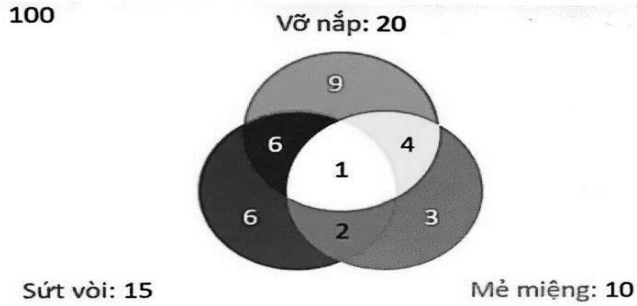
(1) Xác suất cần tính trong trường hợp này sẽ biểu diễn dưới dạng kí hiệu như thế nào?

(2) Số ấm có lỗi? Số ấm chỉ bị sứt vòi? Số ấm có trong lô?

(3) Liên hệ giữa các các đại lượng với sơ đồ đã vẽ?

(4) Vận dụng công thức nào để tính được xác suất này?

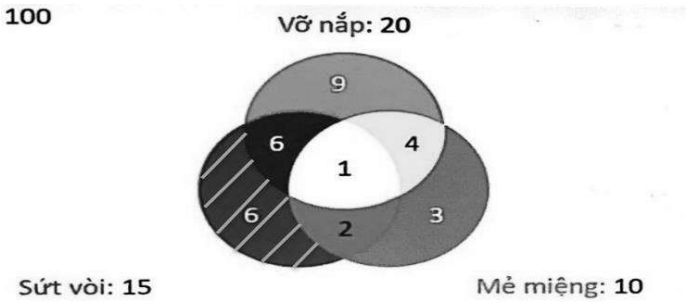
Để tính được xác suất lấy được sản phẩm có khuyết tật, trước hết ta cần tính số ấm khuyết tật và tổng số ấm trong lô. Ta có sơ đồ Venn như sau:



a) Gọi A là biến cố sản phẩm đó có lỗi, khi đó ta có

$$P(A) = \frac{\text{Số ấm có khuyết tật}}{\text{Số ấm trong lô}} = \frac{9+6+6+1+4+2+3}{100} = 0{,}31.$$

Mặt khác ta thấy:



b) Gọi B là biến cố sản phẩm đó chỉ bị sứt vòi, theo định nghĩa cổ điển của xác suất ta có: